

5.4 理想気体

$$S = \frac{S_0}{N_0} + RN \ln \left[\left(\frac{U}{U_0} \right)^c \left(\frac{V}{V_0} \right) \left(\frac{M_0}{N} \right)^{c+1} \right] \text{ が知られている}$$

$$\left(S_0 = S(U_0, V_0, N_0) \right)$$

$$B = \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{cRN}{U} \quad \therefore U = \frac{cRN}{B} = cRNT$$

$$\pi_V = \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{RN}{V}$$

$$\therefore P = -P_V = T\pi_V = \frac{RNT}{V}$$

$$\therefore PV = RNT$$

これは理想気体に対してのみ成立

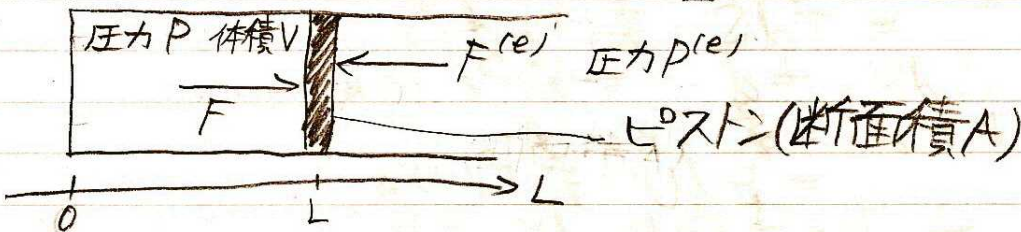
5.5 Nernst-Planck の仮説 (熱力学第三法則)

$$\boxed{\lim_{T \rightarrow +0} S = 0}$$

第6章 仕事と熱

エネルギー移動動に注目

6.1 マクロ変数としての力, 圧力, 位置



$$F = PA$$

$$F^{(re)} = P^{(re)} A$$

$$\text{ピストン全体が受ける正味の力 } F_{\text{total}} = F - F^{(re)} = (P - P^{(re)}) A$$

$$V = AL$$

6.2 力学的仕事と熱の移動

$$\Delta U = W_M + Q$$

W_M : 外部系が内部系にする力学的仕事

Q : 吸収熱

6.3 仕事や熱についての注意

6.3.1 $Q > 0 \Rightarrow S$ が増加

6.3.2. U, V, N, S, T, P などは各平衡状態に対して一意的に決まり、このような量を状態量という。

6.3.3 熱力学第一法則 $\Delta U = W_M + Q$

6.3.4 略

6.3.5 $dU = d'W_M + d'Q$
($d'W_M \propto dL, d'Q \propto dL$)

6.4 無限にゆくりした過程(準静的過程)における仕事

$F_{total} \rightarrow 0$ となるので

$$F^{(e)} = F = PA$$

$$\therefore W_M = -\int_{L_i}^{L_f+dL} PA'dL = -\int_{V_i}^{V_f+dV} PdV$$

$\Delta L \rightarrow dL$ のとき

$$d'W_M = -PdV$$

$$\therefore dU = d'Q - PdV$$

6.5 準静的過程における熱の移動

1種類の気体の単純系で

$$U = U(S, V, N)$$

$$\therefore dU = TdS - PdV + \mu dN$$

$$= TdS - PdV \quad (\because dN=0)$$

$$\boxed{d'Q = dU - d'W_m = TdS}$$

断熱過程では $d'Q = 0$ なので

$$dS = \frac{d'Q}{T} = 0$$

よって S は変化しない

6.5.2

$$Q = \int_{\text{始}}^{\text{終}} d'Q = \int_{\text{始}}^{\text{終}} TdS$$

6.6 略

6.7 平衡と非平衡の狭間で

6.7.1 エネルギーが保存される

6.7.2 略

6.8 略

第7章 準静的過程における一般の仕事と熱

7.1 $Q \equiv \Delta U - W$ (W : 外からのエネルギー移動)

7.2 気体が透過性の容器に入っている場合

$dN \neq 0$ となるため

$$dU = TdS - PdV + \mu dN$$

粒子の出入りによる仕事(化学的工作) $d'W_c \equiv \mu dN$

$$dU = d'Q + d'W_m + d'W_c$$

7.3 一般の系の場合

$$W = \sum_i W_{Ri} \quad (\text{ただし } W_{Ri} = \int_{\text{始}}^{\text{終}} d'W_{Ri}, d'W_{Ri} \equiv P_i dx_{Ri})$$

第8章 2つの系間の平衡

8.1 熱交換が可能な単純系間の温度の一致

$$S \geq S^{(1)} + S^{(2)}$$

$U^{(1)}$ 以外の変数 $X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots$ を固定する内部束縛
 C_1, C_2, \dots を与えたとき等号が成立するのは

$$\frac{\partial S^{(1)}}{\partial U^{(1)}} + \frac{\partial S^{(2)}}{\partial U^{(1)}} = 0 \text{ のとき}$$

$$\frac{\partial S^{(1)}}{\partial U^{(1)}} = B^{(1)}$$

$$\frac{\partial S^{(2)}}{\partial U^{(1)}} = \frac{\partial S^{(2)}}{\partial U^{(2)}} \frac{\partial U^{(2)}}{\partial U^{(1)}} = \frac{\partial S^{(2)}}{\partial U^{(2)}} \frac{\partial}{\partial U^{(1)}} (U - U^{(1)}) = -\frac{\partial S^{(2)}}{\partial U^{(2)}} = -B^{(2)}$$

よって

$$B^{(1)} - B^{(2)} = 0$$

$$\therefore B^{(1)} = B^{(2)} \quad \frac{1}{T^{(1)}} = \frac{1}{T^{(2)}} \quad \therefore T^{(1)} = T^{(2)}$$

8.2 略

8.3 2つの系の示強変数の一致 — 一般の場合

$S^{(1)} + S^{(2)}$ が最大

$$\Rightarrow \frac{\partial S^{(1)}}{\partial X_R^{(1)}} + \frac{\partial S^{(2)}}{\partial X_R^{(1)}} = 0$$

$$\therefore \pi_R^{(1)} - \pi_R^{(2)} = 0$$

$$\therefore \begin{cases} \pi_R^{(1)} = \pi_R^{(2)} \\ P_R^{(1)} = P_R^{(2)} \end{cases}$$

8.4 部分系のマクロ変数の値の決定法

各単純形の基本関係式、一組の U, X_1, \dots, X_c の値, C_1, C_2, \dots, C_b が与えられればマクロ変数が分かる。

8.5 略

第9章 エントピー-原理

9.1 略

9.2 略

9.3. $S = \max(S^{(1)} + S^{(2)})$
 内部束縛を除去すると、 $(U^{(1)}, X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots)$
 の変域が広がらるため、 S はこのままが、大きくなる

9.4 $S = \max(S^{(1)} + S^{(2)})$
 $S^{(1)} + S^{(2)}$ が最大値をとっているときに内部束縛を
 課しても S は変化しない

9.5 9.3, 9.4より孤立系における内部束縛の
 変化により S が減ることはないことがわかる
 (エントロピー増加則)

9.6 $S_{total} = S^{(1)} + S^{(2)} + \dots$
 $\Delta S_{total} \geq 0$ であるとき $\Delta S^{(1)} < 0$ は可能
 (ただし、制限あり)

9.6.1 エントロピー変化が無視できず、
 エネルギー変化が力学的仕事だけにて
 甚か定できる系を可逆仕事源という。

9.6.2 断熱変化

$\Delta S_{全系} = \Delta S_{系} + \Delta S_{可逆仕事源} \geq 0$
 準静的過程では $\Delta S_{可逆仕事源} = 0 \Rightarrow \Delta S_{系} \geq 0$
 (熱力学第2法則)

9.7 $T_H(U_H) \neq T_L(U_L) \longrightarrow T_H(U_H - Q) = T_L(U_L + Q)$
 と変化するとき

$\beta = \frac{1}{T}$ は U に関して単調減少するの2"
 $Q > 0$ では

$$\frac{1}{T_H(U_H)} \leq \frac{1}{T_H(U_H - Q)} = \frac{1}{T_L(U_L + Q)} \leq \frac{1}{T_L(U_L)}$$

$$\therefore T_L(U_L) < T_H(U_H)$$

$Q < 0$ では $T_L(U_L) > T_H(U_H)$

よって熱は温度の高い方から低い方へ移動

9.8 準静的過程では

$$\Delta S = \int_{\text{始}}^{\text{終}} \frac{\delta Q}{T}$$

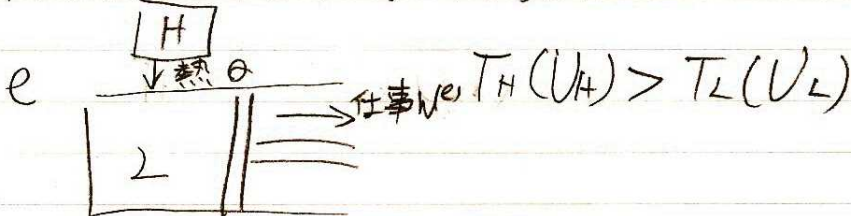
が成立

第10章 熱と仕事の変換

10.1 仕事から熱への変換は100%の効率で可能

$$\text{仕事から熱への変換効率 } \eta_{W \rightarrow Q} = \frac{Q^{(e)}}{W}$$

10.2 熱から仕事への変換



$$S_H(U_H - Q) + S_L(U_H + Q - W^{(e)}) + S^{(e)} + \Delta S^{(e)} \geq S_H(U_H) + S_L(U_L) + S^{(e)}$$

$$\therefore S_H(U_H - Q) - S_H(U_H) + S_L(U_L + Q - W^{(e)}) - S_L(U_L) + \Delta S^{(e)} \geq 0$$

数学の定理

上に凸な関数 $f(x)$ について

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \geq f(x)$$

$$\text{即ち } f(x) - f(x_0) \leq f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\frac{-Q}{T_H(U_H)} + \frac{Q - W^{(e)}}{T_L(U_L)} + \Delta S^{(e)} \geq 0$$

$$(T_H - T_L)Q + T_H T_L \Delta S^{(e)} \geq T_H W^{(e)}$$

$$\eta_{Q \rightarrow W} \equiv \frac{W^{(e)}}{Q} \leq 1 - \frac{T_L}{T_H} + \frac{T_L \Delta S^{(e)}}{Q}$$

外部系が可逆仕事源のとき $\Delta S^{(e)} = 0$

$$\therefore \eta_{Q \rightarrow W} \leq 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

よって熱から仕事への変換は100%でない