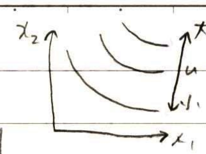
No.

Date

2005s 夏学期 水曜4限 ミクロ経済学（竹野教官） by 鈴木 2005 7/19



$\boxed{\text{消費者}}$ 効用最大化問題 "$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Max}}\ u(x_1,x_2)$ s.t. $p_1x_1+p_2x_2\le y$" x_1, x_2 2財

無差別曲線 … u一定の線，限界代替率（MRS）… 無差別曲線の傾きのabs. $\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right| = \left|-\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}\right|$ …(P)

※ $p_1x_1+p_2x_2=y$ と無差別曲線の接点で最適 $MRS=-\frac{p_1}{p_2}$

$\boxed{\text{Cobb-Douglas型}}$ αは支出yをx_1にあてる割合を示す。

$u=x_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$ の形。最大化問題は以下1，2の解き方

(1) (P)を利用し，$(MRS=)-\frac{p_1}{p_2}=-\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{x_2}{x_1}$，解いて $\boxed{x_1^*=\frac{\alpha y}{p_1},\quad x_2^*=\frac{(1-\alpha)y}{p_2}}$

(2) ラグランジュ乗数法 uの$\ln$をとり，λを導入して "$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Max}}\ \alpha\ln x_1+(1-\alpha)\ln x_2+\lambda[y-p_1x_1-p_2x_2]$"

x_1, x_2, λで偏微分して0とおき，上と同じx_1^*, x_2^*を得る。

$\boxed{\text{包絡線定理}}$ $f(x,\lambda)$について，fを最大にするxをλの関数として，

$x^*=x^*(\lambda)$とし，Vを $V(x^*(\lambda),\lambda)=f(x^*(\lambda),\lambda)$ ；最適値関数 とすると，

$\frac{dV}{d\lambda}=\underbrace{\frac{\partial f}{\partial x^*}}_{0}\frac{dx^*}{d\lambda}+\frac{\partial f}{\partial\lambda}=\frac{\partial f}{\partial\lambda}$ （※ F.O.C：1階微分して0とおく（極値） S.O.C：2階微分して符号を調べる）

$\boxed{\text{支出最小化}}$ "$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Min}}\ p_1x_1+p_2x_2$ s.t. $u(x_1,x_2)=\bar{u}$"

ラグランジュ乗数法で，"$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Min}}\ p_1x_1+p_2x_2+\mu[\bar{u}-u(x_1,x_2)]$" F.O.Cより $x_i^*=h_i(p_1,p_2,\bar{u})$ Hicksの需要関数 (c.f. $e(p,u)=y$)

$\boxed{\text{間接効用関数}}$ $V(p_1,p_2,y)\equiv u^*$ $\boxed{\text{支出関数}}$ $E(p_1,p_2,\bar{u})\equiv y^*$ ；V, Eは同じものをu, yについて解いただけ

$\boxed{\text{スルーツキー方程式}}$ $h(p,u)=x(p,e(p,u))$ ⇒ $\frac{\partial h}{\partial p}=\frac{\partial x}{\partial p}+\underbrace{\frac{\partial x}{\partial e}}_{\frac{\partial x}{\partial y}}\underbrace{\frac{\partial e}{\partial p}}_{x}$ ⇒ $\boxed{\frac{\partial x}{\partial p}=\underbrace{\frac{\partial h}{\partial p}}_{\text{代替効果}}\underbrace{-\frac{\partial x}{\partial y}x}_{\text{所得効果}}}$

$\boxed{\text{企業}}$ 利潤最大化 "$\underset{x}{\mathrm{Max}}\ py-wx$" $(y'>0,\ y''<0)$

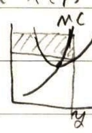
$\boxed{y=x^a}$ F.O.Cより $\underbrace{x^*=\left(\frac{w}{ap}\right)^{\frac{1}{a-1}}}_{\text{生産要素需要関数}}$，$\underbrace{y^*=\left(\frac{w}{ap}\right)^{\frac{a}{a-1}}}_{\text{供給関数}}$ ∴ $\underbrace{\pi^*=w\left(\frac{1-a}{a}\right)\left(\frac{w}{ap}\right)^{\frac{1}{a-1}}}_{\text{最適値関数}}$

$\boxed{\text{費用最小化}}$ "$\underset{x}{\mathrm{Min}}\ wx-\lambda[f(x)-y]$" F.O.Cより $wx^*(w,y)\equiv\underbrace{c(y,w)}_{\text{費用関数}}$ を得る。

$\boxed{\text{費用}}$ $c(y)=\underbrace{c^V(y)}_{\text{可変}}+\underbrace{F}_{\text{固定}}$ $\underbrace{py-c^V(y)-F\ge-F}_{\text{生産する}\quad\text{しない}}$ ⇒ $p\ge\frac{c^V(y)}{y}$（平均可変費用AVC）（$\frac{c(y)}{y}$：平均費用AC）

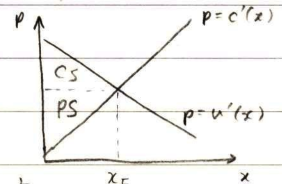
$\boxed{\text{均衡}}$ 総需要$X(p)$＝総生産$Y(p)$

$\boxed{\text{利潤・参入}}$



参入により $(MC-ATC)y$：利潤は下がる

$\boxed{\text{余剰}}$



消費者余剰 $CS=\int_0^{x^E}u'(x)dx-p^Ex^E$ ｝TS

生産者余剰 $PS=p^Ex^E-\int_0^{x^E}c'(x)dx$

$\boxed{\text{代表的代理人}}$ $u(x)+y$を効用関数とするAgentを考え，富$W=c(x)+y$とする。"$\underset{x}{\mathrm{Max}}\ u(x)+y$ s.t. $W=c(x)+y$"

F.O.Cより $u'(x)=c'(x)$ ここで $TS=u(x)-c(x)$であるから，F.O.CがAgentのF.O.Cと一致 $\boxed{p=u'(x)=c'(x)}$

$\boxed{\text{税金}}$ 死加重が発生 $\int_{x_t}^{x^E}u'(x)dx-p^Ex^E$

$\boxed{\text{独占}}$ "$\underset{p,y}{\mathrm{Max}}\ p(y)y-c(y)$" F.O.Cより MR=MCを得，$\boxed{p(y)\left[1+\frac{1}{\varepsilon}\right]=c'(y)\quad\left(\varepsilon=\frac{dy}{dp}\frac{p}{y}\ \text{弾力性}\right)}$

$\boxed{\text{ゲーム理論}}$ 支配戦略：他のPlayerの戦略に関わらず利得が最も高くなる戦略

支配戦略均衡：全てのPlayerが支配戦略を選択した状態。

∩

ナッシュ均衡：$u_r(r^*,c^*)\ge u_r(r,c^*)$，$u_c(r^*,c^*)\ge u_c(r^*,c)$のとき。

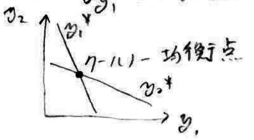
		Column 黙	Column 自白
Row	黙	-1, -1	-3, 0
Row	自白	0, -3	-2, -2

（Row, Col）の順で書く

複占

クールノー競争 生産量を設定し競争 "$\max_{y_i} P(Y)y_i - c_i(y_i)$" F.O.C より $\frac{\partial}{\partial y_1}\pi(y_1(y_2)\,y_2) = 0$.

(n=2) 全微分して $\frac{dy_1}{dy_2} = -\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial y_1 \partial y_2} \Big/ \underbrace{\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial y_1^2}}_{\text{S.O.C} < 0}$　$\frac{\partial^2 \pi}{\partial y_1 \partial y_2} = P'(Y) + P''(Y)y_1 \leq 0$



$y_1^*(y_2^*)$　$y_2^*(y_1^*)$ … 最適反応関数

寡占 $C_i(y_i) = c\,y_i$ とする。　F.O.C より $P(Y) + P'(Y)\,y_i = c$

$P(Y)\left[1 + \frac{dP}{dY}\frac{y_i}{P(Y)}\right] = c \Rightarrow \boxed{P(Y)\left[1 + \frac{S_i}{\varepsilon}\right] = c}$　($S_i = \frac{y_i}{Y}$ マーケットシェア，$\varepsilon = \frac{dY}{dP}\frac{P(Y)}{Y}$ 弾力性)

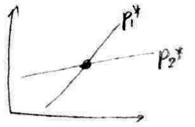
全企業同じより，同 y_i を得，$S_i = \frac{1}{n}$ となる $\Rightarrow P(Y)\left[1 + \frac{1}{n\varepsilon}\right] = c$，$n \to \infty$ で $P(Y) = MC$ (完全競争)

ベルトラン競争 価格を設定し競争 ($c(y) = cy$ とすると。)

(1) 同一製品：総需要 $D = d_1 + d_2$ として，$d_1 = \begin{cases} D & p_1 < p_2 \\ \frac{D}{2} & p_1 = p_2 \\ 0 & p_1 > p_2 \end{cases}$ となり，$MC = c = p_1 = p_2$ まで価格が下がる

(2) 不完全代替品：$\begin{cases} y_1 = a_1 - b_1 p_1 + c p_2 \\ y_2 = a_2 - b_2 p_2 + c p_1 \end{cases}$ とすると，"$\max_{p_1} (a_1 - b_1 p_1 + c p_2) p_1$"　F.O.C より $p_1 = \frac{a_1 + c p_2}{2b_1}$

$p_2 = \frac{a_2 + c p_1}{2b_2}$ より，$p_1^* = \frac{2a_1 b_2 + a_2 c}{4b_1 b_2 - c^2}$，$p_2^* = \frac{2a_2 b_1 + a_1 c}{4b_1 b_2 - c^2}$



シュタッケルベルク モデル 企業1の後に2が参入 → 企業1が有利。

"$\max_{y_2} P(Y)y_2 - c_2(y_2)$"，"$\max_{y_1} P(y_1 + y_2(y_1))\,y_1 - c_1(y_1)$"，F.O.C は

$P(Y) + P'(Y)\,y_2 = c_2'(y_2)$ ・ $P(y_1 + y_2(y_1)) + P'(Y)\left[1 + \frac{dy_2}{dy_1}\right] y_1 = c_1'(y_1)$

談合 "$\max_{y_1, y_2} P(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c_1(y_1) - c_2(y_2)$"　F.O.C より $c_1'(y_1) = c_2'(y_2)$ で談合成立。

このとき，$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = P'(y_1 + y_2)\,y_1 + P(y_1 + y_2) - c_1'(y_1)$

$= -P'(y_1 + y_2)\,y_2 > 0$　(∵ F.O.C，$P' < 0$) より，談合破棄により大きな利潤。

繰り返しゲームの戦略 Trigger Strategy：一度破棄したら次から競争

(1) 有限回 … 不成立 (n 回目破棄，k 回目破棄 ⇒ k−1 回目破棄 より。)

(2) 無限回 … $\pi_1^{total} = \pi_1^0 + \underbrace{\left(\frac{1}{1+r}\right)\pi_1^1}_{1年後} + \underbrace{\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \pi_1^2}_{2年後} + \cdots$

$= \frac{1}{1-\delta}\pi_1^0$

$\boxed{\delta = \frac{1}{1+r}\ \text{を利率}\ r\ \text{の割引因子と言う。}\ \left(\frac{1}{1+r}\right)^n \pi\ \text{は}\ n\ \text{年後の利潤}\ \pi\ \text{の割引現在値。}}$

"(談合を続ける) − (1回破棄で得して，後はクールノー競争) > 0" (割引現在値) なら成立。

Appendix

クールノー等で用いられたモデル $P(Y) = a - b(y_1 + y_2)$，$C_i(y_i) = c\,y_i$

⇒ クールノー $\boxed{y_1^* = y_2^* = \frac{a-c}{3b}\quad \pi_i = \frac{(a-b)^2}{9b^2}}$　シュタッケルベルク $\boxed{y_1^* = \frac{a-c}{2b},\ y_2^* = \frac{a-c}{4b},\ \pi_1 = \frac{(a-b)^2}{8b^2},\ \pi_2 = \frac{(a-b)^2}{16b^2}}$

談合 $\boxed{y_1^* = y_2^* = \frac{a-c}{4b}\quad \pi_i = \frac{(a-b)^2}{8b^2}}$